甘蔗田間試驗區之排列問題

孫　逢　吉

一、引　　言

田間試驗因受土壤差異之影響，使試驗結果發生不可解釋之機誤乃有多數學者從事于如何控制或避免此項機誤之研究本文專論排列方式之問題。

統計方法應用于田間試驗結果，可使吾人斷定幾許大之差異爲不足道之微細差異，以及處理效應眞值所在之限度究爲若干，甘蔗田間試驗人員應視統計分析爲另一項試驗用之工具，與一般應用之儀器如鋼尺，計算尺，折光儀，計算機等相同，統計分析完畢後應與吾人計劃試驗時之假定相比較，若結果與假設符合自易解釋，若分析結果與假設不符，則分析方法與最初之假設均須重新檢討，假設是否合理，統計是否毫無錯誤？若一切均無錯誤則試驗結果可作爲一種實驗記載，以待再次試驗。

重覆試驗結果之統計的處置，通常係根據常態分佈機誤定律之假定，分析之方法則由最小二乘方法演繹而得，最小二乘方法係 Gauss 所發明，用以估計天文學上測量學上之未知數者。

Gosset 氏 t 分佈之發現與 Fisher 氏Z分佈之製定使機誤自由度較小時亦可獲得準確之顯著度測定。Fisher 氏變量分析法之發明更使試驗結果之計算便利。由于以上近代的進步，使試驗或觀察所得的材料，由于多種不同源因所致之變異，均可逐一分析。設無顯著度之準確測定法，及變量分析法，則不同來源之變異將無法辨別。

二　田間試驗區排列方式之發展經過

1905年英國大釀釀造家 E. S. Beaven 因其大麥品種試驗結果解釋上之問題，就教于啤酒釀造廠技師 Gosset(即 Student)自此二人即經常討論田間試驗上種種對比排列試驗法，應用其 Z" 表以確定兩品種之差異是否顯著。此後1910年Wood and Stratton 1911年Mercer and Hall所發表田間空白試驗之名著，均曾經Gosset之校閱。Gosset 並于1911年發表關于Mercer and Hall田間試驗機誤之附錄一文。提出如何利用田區肥力之變異以規劃試驗之辦法。其原則爲 (a) 每品種之小區分佈于全田，(b) 以相鄰二品種之差異爲統計分析之單位。1923 年 Gosset 發表「On testing Varieties of Cereals」一文爲其主張規則排列主要文獻之一。同年R. A. Fishe 與W. A. Maekenzie 發表馬鈴薯品種對肥料之反應一文爲變量分析法應用于田間試驗之第一例，1926年 Fishe 乃正式發表其隨機區組排列法一文，1930年 Fisher d Wishart 再舉例闡明田間試驗隨機區組與拉丁方排列法與分析法。1931年 Tedin 發表系統排列對于田間試驗機誤估計之影響一文。同年 Gosset 發表主張平衡排列勝于隨機排列一文。1933 年 Yates 舉述各種拉丁方排列式及多因子混雜試驗 (Confounding) 之理論。1936年 Yates發明多品種試驗法，同年 Gosset發表關于平衡排列勝于隨機

排列之著述，1937年 Barbacki 與 Fisher 發表反駁 Gosset 之文獻，Yates 發表多因子混雜試驗法一文，同年 Gosset 去世，其最後遺著「Random and balanced arrangement」一文亦于是年發表，1939年 Yates 著述系統排列與隨機排列之利弊一文，並于1940年絡續將其多品種試驗分析方法訂正。

以上爲田間試驗排列方法之史的演進經過。我國自1925年前後美國 Cornell大學H. H. Love 博士來華起始傳入 Gosset之對比試驗法及 Cornell 之系統排列法。至1930年前後，Love 博士亦曾經介紹 Fisher 之隨機排列法，迨1934年 Wishert 來華後隨機理論更風行一時，並有人著論抨擊 Love 博士最初所行之系統排列法爲不可靠。惟在 Yates 氏之多品種試驗法尚未發明以前，Cornell 之系統排列法，大致仍爲我國實際農學者所採用。自 Yates 氏之多品種試驗法發明後適逢中日戰起，我國雖亦有採用與研究者然究屬不多，且其分析方法絡續經其本人及其他學者修正。如臺大汪厥明教授，即主張多品種試驗之機誤計算不應採用 Yates之方法。本文僅就系統排列與隨機排列及多品種試驗法之效率方面加以檢討如後。

三、系統排列與隨機排列之爭辯利弊與研究

系統排列與隨機排列孰佳，學者各執成見二者效率與準確性究有何差別則研究者頗多，降至最近，似以主張隨機排列者佔優勢然其缺點正多，尚待吾人之逐漸修正，Borden(1936)謂統計學家每非農藝學家，常主張田間試驗眞實機誤之估計祇能得自重覆區隨機排列之設計，而農藝學家則每傾向于 Beaven 氏之半條播設計「Haeldrill strip」如 AB BA AB 式，其結果未必招致錯誤眞實機誤估計爲吾人所追求。試驗處理之效應亦爲吾人所追求。吾人承認試驗機誤之觀念有賴于不偏倚之隨機取樣與常態分佈，且根據少數重覆所求得之機誤不過爲代表眞實機誤之估計數。吾人不反對隨機排列，但吾人不完全信服其爲必要，蓋精細設計之平衡排列亦自有其優點也。

Borden (1936) 研究數百個甘蔗田間試驗各重覆區均按系統排列式如 ABCD ABCD……並未表現有連續的肥力遞差變異，影響處理效應，引起錯誤的解釋，短距離的肥力遞差偶然遇見，爲免除此弊可作反方向之排列以抵消之，如

ABCD ABCDA……

DCBA DCBAD……

故事實上夏威夷大部甘蔗試驗地之土壤差異多爲斑點式之分佈而非遞差式分佈。空白試驗之結果證明彼處之蔗田肥力變異完全爲隨機分佈的，故估計眞實試驗機誤所必要之隨機條件在系統排列或平衡排列之第一區排定時業已獲得。意即計劃書田間排列圖雖爲規則的，但試驗地土變異爲隨機的。實無加人工隨機之必要。故計劃書上之規則排列，實即爲土地的隨機排列。若此理論正確，規則的平衡排列，實無拼棄之必要。

一般甘蔗肥料試驗設計常爲適當施用量之決定，例如每畝用氮 100. 150, 200 磅三施用量並不在于施200磅對100磅之增產幾何，而在于 200磅比 150磅及 150磅比 100磅有無顯著之差別。故將最需要比較之處理排于靠近之試區，當最爲合理，蓋空白試驗已證明距離愈近土壤差異愈小

也。

精密設計之規則排列之眞正價值在于減少鄰近不同處理之邊際影響。邊際影響或競爭影響在鄰近之二不同處理相差愈遠者影響必愈大。Borden (1943) 曾證明此點爲事實。甘蔗田間試驗初期生長之觀察結果每顯示有不整齊之現象，然至收穫時時初期不整齊之情況常消失。例如夏威夷若干老蔗田現于種植時施用燐肥，初期生長與分蘖顯然優于不施燐肥之對照區，然迄植株漸長此項差異即漸歸不顯，收獲獲時產量並無顯著差異。相反的在最初$5\frac{2}{1}$月施氮與不施氮區並無區別15個月後收獲時施氮者產量遠高于不施氮區。故二鄰近不同處理試驗區之早期田間觀察常不足給吾人以眞確的最後產量估計因左右生長之因子甚多，往往于生長後期發生巨大影響不及或不克測定也。

邊際影響之意爲一試驗單區之一或一以上外邊行因接受若干內部行所不克接受的有利的或不利的生長因子而生的產量差異，養分多寡水分日光與風均爲主要因子。

氮肥爲影響甘蔗產量之主要因子。爲試驗甘蔗田間試驗之邊際影響起見， Borden 以每噸施氮 220 磅者與不施氮者作鄰區比較試驗，測定邊際影響之有無。最初三個半月之觀察並無生長上差異，至五個半月亦無顯明差別；此後僅不同處理之叶色有顯明差別，在蔗莖直立期間亦未見有顯明的邊際影響 。至收獲時各區分行收獲秤定產量。共有五區組(每區組兩區)每區行數在第一二區組爲八行，第三區組九行，第四、五區組每區六行各行產量如圖(一)。

爲證明有無邊際影響作以下統計分析，各單區捨去邊行每邊一行後之內部各行共有54行，用以計算機誤總變量。除去處理與區組變量後所得標準差爲，12.4 tons. 以此數乘「t」值得 24.9 噸任何一邊行對總平均差若大于24.9吾人可認爲非由于機會而由于邊際影響。

邊行機誤之求法，先以一邊行產量減54行之總平均產量，由餘數中再減去由于某處理及某區組之變異即得該行之機誤。

$$\Sigma e = \Sigma[(X-\overline{X})-(\overline{X}_t-\overline{X})-(\overline{X}_b-\overline{X})]$$

$$e = X-\overline{X}-\overline{X}_b+\overline{X}$$

X＝邊行產量，　$\overline{X}$＝總平均

$\overline{X}t$＝某處理平均，　$\overline{X}_b$＝某區組平均，

所得計算結果如附表(一)

由是可知凡無氮與高氮區鄰近時多有邊際影響，而無氮與無氮或高氮與高氮鄰近時則無邊際影響，故規則平衡排列可減低邊際影響至于最小程度。

由于以上理論，故Borden等主張處理效應相差大之田間試驗如肥料用量試驗播種期試驗，應于區組內作平衡排列。每一區組內之地形地勢土壤排水灌溉等儘量求其一致，不同區組地段可以隔離每區組平衡排列各處理一區。

關于規則排列對于眞實機誤估計數之影響究竟如何？ Tedjn(1931)曾集合多數學者發表之空白試驗資料作詳細分析研究，由是引起主張系統排列之創始學者 Gosset 之反駁。Gosset 于1931，1936，1937年均曾發表主張系統排列之文獻，惜于1937年即告物故，臨終前尙有關于討論系統

排列之通信，因此引出 Barbacki and Fisher (1937) Pearson (1938), Yates (1939) 之文字，茲擇其中主要之部略述之。

正確應用最小二乘方法，必須一個試驗設計中未消除之變異爲常態獨立分佈的，吾人知田間作物產量之分佈非爲完全常態的，鄰區產量有正相關，由是最小二乘方之理論根據，乃不適于此類田間產量論料之應用。Fisher 相信此項困難可由設計時排列之隨機而克服，因如此可減除鄰區相關之擾亂，于是各區產量仍可視作無相關而進行最小二乘方法之分析。若此項相關不能免除。則估計之機誤必有偏倚，乃至影響顯度測定之準確性。

系統排列不能如隨機排列免除鄰近之相關故用最小二乘方法分析之結果，不能獲得與隨機排列相等之眞實性，惟有時隨機排列結果亦因原始資料之不正常分佈而失却其眞實性故此點始終尙爲爭辯之焦點。

Yates (1939)曾詳論系統排列與隨機排列之利弊，茲參酌筆者意見細述之。

系統排列之利點：

(1) 系統排列 (或平衡排列) 易于實行

(2) 系統排列可避免競爭影響

(3) 系統排列結果較爲正確

系統排列弊點：

(1) 不能擔保機誤之估計不偏倚

(2) 因可用不同方法估計機誤，顯著度之測定標準不一致

(3) 不同對處理之比較應用不同之機誤

(4) 由于規則排列處理順序方向與肥力變異方向每次重覆相同使處理均數之估計失却眞實性。

以上各點雖爲各學者所提出，但並不能獲得一致之接受，例如系統排列利點，(1)與(2)一般都爲人所接受，(3)即頗多相反之論調。弊點方面(1)雖有事實根據爲人所承認，但隨機排列亦同樣有機誤估計偏倚之例。(2)與(3)爲主張系統排列者所推崇之利點而非弊點，因機誤之來源若爲純一的 (Homogenous) 即大小相差不遠的，則不同處理之比較自可用一個總的機誤作比較標準但若機誤之來源爲雜性的 (Heterogenous) 即不同處理之機誤相差甚大時即不宜用總的機誤，作比較標準必須用各別的機誤。關于此點 Yates(1938) Bartlet(1937) 均曾舉實例論述。(4)爲一般學者所承認，但主張系統排列者認爲主持試驗者可根據過去土地栽培記錄與小心排列免除之。

吾人詳閱 Gosset (1936)(1937) 及 Barbacki 與 Fisher (1936) 之爭辯文字，可知雙方均各執成見，計算比較時儘量使結果有利于主觀成見，不利對方，均失去科學家公正之態度，Yates 于1939年一文綜合過去雙方結果，其最後結論雖稍偏于主張隨機，但不失爲公允之論。茲爲表示系統與隨機排列對于機誤估計之影響起見，擇 Tedin之結果略述之。

Tedin (1939)採用前人之空白試驗資料，如Kristensen 之大麥 Mercer and Hall 之小麥與飼用忝菜，Montgomery之小麥，Larsen 之帖木草，Scofield之苜蓿乾草 Hansen 之燕麥，黑麥，大

麥乾草及蕪菁甘藍，作5×5拉丁方隨機排列與規則排列之比較研究，拉丁方之排列式共十二種，(圖二)，(1)式與(2)式爲順移式 (knights move) 系統排列，(3) 與 (4) 式爲對角線式系統排列 (5) 至 (I1)式爲隨機排列，(I2)式爲特別設計之系統排列，每拉丁方除去四自由度橫行，與四自由度直行後，所餘十六自由度中有四自由度屬于假設之處理變異，此四自由度爲處理平方和各改算爲整個十六自由度平方和之百分率稱爲處理機誤係數(t. e. c.)如是每種排列式按所有資料共計算91個，惟因同塊土地不同年作物種類之不同，實際僅有62塊 5×5 拉丁方。十二種排列式之1092個之 t. e. c 分排如表(二)

每個拉丁方除去橫行土異後，尙餘十六個自由度，內中四個自由度假設處理之變異成分應佔全部之25%即理論 t. e. c 爲25，實際十二種佈列式 t. e. c 總平均爲24.53，(5)至(11)隨機式之平均 t. e. c 爲 24.13，順移式系統排列(1)與(2) 預料 t. e. c 必最小實際所得之22,72與2283確甚小，對角線式(3)與(4)之 t. e. c 2624與27.94 最大亦與預期相符。惟(5) 至 (11)隨機排列式之 t. e. c 小者20.91，大者達 27.45 其變異範圍亦與順移系統，對角線系統排列之變異相同，顯然證明系統排列機誤估計之偏倚 (Bias) 程度並不甚于隨機排列，而隨機列機誤估計亦有與系統排列同樣偏倚者。再以順移式 (1) 與 (2) 之平均 t. e. c 22.8±1.076 與 (3) (4) 對角線式平均 t. e. c 27.09±1.169 各與理論均數25相較，差數均大于標準差二倍，已可認爲顯著。故順移式顯優于對角線式。蓋假設處理之變異愈大即表示土壤差異混入于處理效應之成分愈大，使處理效應失去眞確性，且由于機誤之估計過低微細處理差異之顯著機會增多，更足影響最後之判別。反之如 t. e. c 小則機誤之估計數偏于稍高，雖其弊爲小的處理差異不易顯著，但其危險性不如前者之甚。

檢閱排列圖可知不同排列式之 t. e. c 大小似與處理之分佈狀態有關，即同一處理在一拉丁方內愈分散者 t. e. c 愈小。爲測定此項關係計算一種分佈係數如圖 (三)。以同處理之最短分佈距離之方根之和表示之，距離之測量各區內自中心點起，如圖中 a 處理之分佈係數爲$\sqrt{2}+2\sqrt{5}+\sqrt{8}=8.71$，如此計算之係數見前表x1項。計算 t. e. c 依靠分佈系數之迴歸係數by.$x_1=-0.351$迴歸變量分析證明迴歸爲顯著表 (三)，故分佈係數愈大 t. e. c 可能愈小，分佈係數增加1%，t. e. c 可能減少0.351%。

研究處理分佈尙可再計算一種同處理之接近指數，(Close neighbourhood index) 在5×5拉丁方中切取2×2方之方式共有16種當2×2方中發現有任何二處理相同時記錄爲一分，最後此項分數之和即爲接近指數，用X_2代表之，(1)與(2)式之 $X_2=0$對角線式之$X_2=16$，

t. e. c 對 X_2 之迴歸係數 by. $X_2=+0.239$ 迴歸變量分析如表(四)。

表(三)	自由度	平方和	變 量	Z	1%Z
類 內	1080	224294	207.7		
類 間	11	4488	408.0	1.063	0.9462
迴 歸	1	1674	1674.0		
類間一迴歸	10	2814	281.4		

共　　計　　1091　　228782

以上結果證明 t. e. c 受接近指數之支配甚大，同處理排列愈近機誤愈高，接近指數愈高 t. e. c 亦愈高。

就以上研究結果可知無論系統排列或隨機排列，t. e. c 均有離中或失實之時，惟有使處理分佈均勻平衡同處理不同重覆區勿太接近最爲理想。

四、甘蔗田間試驗區系統排列區舉例

系統排列除 Gosset 最初主張之對比式祇可試驗二品種外，1931年復主張一種平衡排列，可計算二以上多數品種謂之平衡區組(Balanced block) 分析方法同隨機區組。茲舉 Gosset 之例如圖(四)，以後 Borden (1936, 1939)亦極力主張平衡排列，茲舉例如圖(五)(六)(七)(八)(九)。

五、格形設計與格子方設計之效率與準確性

隨機區組或平衡區組，拉丁方或平衡拉丁方控制土壤差異之效率因品種數或處理數增多而降低，素爲田間試驗家所週知。尤以拉丁方試驗處理數不宜多至十以上。因品種數須與重覆數相等之故，品種增多重覆亦必增多也。由于土壤差異距離愈近相差愈小距離愈遠相差愈大故一區組一橫行一直行所能容納之處理數決不宜太多。若區組擴大必增加區組內 (Within Block) 之土壤變異，區組內之土壤爲不能測出消除之變異必歸入于試驗幾誤 (Experimental error) 之內，乃至影響試驗成績之正確性。過去學者一般承認區組內處理數不宜超過25個，然育種試驗初期淘汰前往往品系多至數百。如何舉行田間比較試驗太成問題。在1936年以前美國Cornell 大學 H. H Love 博士一向應用系統排列，插入對照區之辦法此法應用雖甚便利，但其缺點爲不能消除土壤差異，試驗幾誤之估計欠合理化。此後 Yates 于 1936 年發表多品種試驗法初名 Pseudo- factorial 或 Quasi-factorialexperiment (擬複因子試驗) 後改爲 lattice experiment (格形試驗) 有 Simple lattice. Triple lattice, 與 Cubic lattice 三類，除格形設計可試驗多數品種外，尙有擬拉丁方 (Quasi-Latin square) 現名爲格子方 (Lattice square)，希臘拉丁方 (Graeco-Latin square) 與平衡不完全區組 (Balanced incomplete bloeks) 均爲試驗多數品種之新式設計。

簡單格形設計與格子方設計有一共同之規則，即品種數必須爲某數k之平方，簡單格形設計k不拘何數，格子方設計k必須爲質數(3, 5, 7, 11, 13)，立體格形設計品種數須爲k之立方，k亦不拘何數，茲舉格形設計與格子方設計排列法之例各一如後。

Simple lattice (簡單格形設計) 圖(十)，

若有品種81，則k=9.，　b=2nk=36=不完全區組數，

n=2=群之重覆數　　r=2n=品種重覆數

$N=2nk^2=324$=區數，

變異來源之自由度應爲

變異原因　　自由度

重　　覆	$2n-1=4-1=3$
不完全區組	$2n(k-1)=4(9-1)=32$
品　　種	$k^2-1=80$
機　　誤	$2nk^2-k^2-(2nk-1)=208$
總　　數	$2nk^2-1=323$

品種代號繪成 k×k 方格式則以同一橫行上 k 個品種爲一區組，得 k 區組爲X群，以同一直行上k 個品種爲一區組得 k 個區組爲Y群同群內之各區組隨機排列爲一重覆，區組內品種亦隨機排列，每群各再重覆n次，故r=2n，因必有XY=二群也。

Lattice square (格子方)

格子方爲利用均衡化方形之設計，其優點與平衡不完全區組相同，即品種相遇于一直行與一橫行之機會相等惟重覆次數比平與不完全區組少一半，因格子方數必等于 $1/2(k+1)$也，例如 k =5則其V=k2=25均衡化方形有5−1個，圖(十一)，而平衡不完全區組則有k+1 6群每二群可組成一格子方，故有$\frac{1}{2}(k+1)$ 3個格子方。故k=5之格子方設計至少每品種重覆三區，此三個格子方之排列法如圖(十二)，

k =質數時平衡群之寫法甚易，祇需按照對角線法書寫可將各群均寫出，惟若不等于質數如 6 即無平衡群之可能。k=4.8.9 時，其平衡群導已由 Fisher 求出，其餘各可能之均衡化方形已由Fisher 與 Yates(1938)刊出

格形設計與格子方設計自 Yates 于 1936, 1937 年發表後其分析方法不將混雜于不完全區塊或直行橫行中之品種差異設法求出而將品種產量根據各所在之區塊加以改正，因此其品種平方和較眞實之値爲低，而區塊平方和因包括一部品種變異則較眞實之區塊差異爲大。Yates 後于 1939, 1940年復發表改進之分析方法，品種產量不加改正，仍用品種總產量計算，惟區塊平方和則設法除去混雜之品種變異，故混雜于區塊之品種變異仍獲恢復。Cochran(1941) 研究此項格形設計與格子方設計之效率，以分佈于美國 Iowa 州全州之 九十三個比類試驗爲材料，其中十四個係 1938年所做，二十四個于1939年所做，五十五個于1940年所做，計算此類新設計對普通隨機區組所能增加之效率。

新式設計與隨機區組準確度之比較計算法曾經 Yates(1940)Cox, Eckhardt 與 Cochran(1940) 詳細敍述，同一試驗可用隨機區組法分析亦可用格形設計法分析，乃使新舊二法可獲公平之比較，舊法係不計不完全區組之變異品種變異根據品種總產量計算。機誤即爲普通隨機區組之機誤新設計則計算不完全區組或直行橫行之土壤差異，而將混雜之品種變異提出。故在同一塊試驗地上可比較二種設計之準確度。

準確度之計算係用兩種設計品種間差數變量之倒數。例如格形設計差數變量爲 1.23，隨機區組之差數變量爲 1.65，則二者相較之準確度爲 $(1/1.23) \div (1/1.65) = 1.65/1.23 = 1.34$ 吾人知品種均數之變量因重覆增多而可漸減，故隨機區組設計之重覆次數必須增加1.34 倍方可使二種設計之準確度相等。故依此例而言，三次重覆之格形設計即可抵四次重覆之隨機區組。

爲說明計算法舉7×7三群格形三次重覆之實例于下：一

	自由度	平方和	均方和
重覆間	2	77.03	
區組間(提出品種變異者)	18	214.90	11.939
品種間	48	1553.36	32.466
機　誤(區組內變異)	78	347.41	4.454

上表中重覆間與品種間變量完全與普通隨機區組分析法所得者相同，故普通隨機區組之機誤均方和應爲，

$$(214.9+347.41)\quad(18+78)=5.857$$

由于三次重覆故兩品種平均相差之機誤變量爲 $2(5.857)/3$，格形分析兩品種平均差數之機誤變量應爲 $2(4.454)\,f/3$，f爲由于最後品種平均改正所增之機誤變異 k×k 三群格形設計 $f\ 1+\frac{3}{2(k+1)}\left(\frac{B-E}{B}\right)$ 式中B爲區組變量E爲機誤變量在本例

$$f=1+\frac{3}{16}\times\left(\frac{11.939-4.454}{11.939}\right)=1.1176$$

求二設計之比較準確度時消除二種機誤變量公有之 2/3，應爲 $\frac{5.857}{4.454f}=1.18$ 或118%，若 B等于或小于E 卽表示不完全區組間並無眞正肥力差異，隨機區組分析法已最有效。

Yates 最初發表之分析方法未顧及混雜于區組中之品種變異後又改進其分析法將區組間之品種差異提出，爲研究新分析法是否優于舊法起見，計算舊法對普通隨機區組之準確度如下：

以舊法之效率因子之倍數 $(k+1)/(k+2\ \frac{1}{2})=(7+1)(7+2\ \frac{1}{2})=16/19$ 代替 f，則舊法之準確度爲 $5.857/4.454\times 19/16=1.11$，Cochran 如是計算21個格形設計之準確度如附表（五）觀附表次復區組間新知一項準確度自101—365%長形小區之15個試驗有 9個表示50%以上之效率增進，5個表示100%以上之增進，平均增加效率爲93%，惟此項數字分佈近于偏態，以用中數代表整個結果較爲合理，中數爲79%，故三次重覆之三群格形設計已比五次重覆之隨機區組爲準確。

72個格子方設計之準確度如附表(六)

5×5 設計準確度之增進甚小平均增 20%，且完全由于區組間新知恢復之故，若用舊分析法14個試驗中反有9個不及隨機區組。自全部言其準確度約與隨機區組同，7×7與 9×9 格子方比隨機區組準確度約增25%，11×11格子方則增進50%，最高準度爲一瘠土 7×7設計之362%，新分析法 (R)比較舊分析法(I)增進之準確度平均25品種爲23%49品種爲15%，81品種爲10%，121品種爲 6 %。自一般言，吾人可知格形與格子方設計在品種數愈多時其準確度愈高，品種數愈少則準確度愈低，反不如用隨區組爲佳，又在土壤差異甚大之土地，格形設計，格子方設計必勝于普通隨機區組。新分析法因將混雜于不完全區組中之品種差異提出，故效率亦較高于舊分析法，尤以格子方設計爲然。

六、結　　論

田間試驗小區之排列式理論上雖宜隨機排列，在試驗地無系統差異時爲避免處理間競爭影響

計，則宜行平衡排列，隨機排列在實用上與正確性上並不勝于系統排列。

品種試驗品種數甚多在25以上時宜採格形，格子方或平衡不完全區組設計以增進試驗準確度新修正之格子方試驗分析法之效率亦高于舊法。

附　表

表(一)　邊行誤差　(Errors in border rows (Borden 1943)

$$\Sigma e = \Sigma\left[(X-\overline{X})-(\overline{Xt}-\overline{X})-(Xb-X)\right]$$

第一群	區號	行號	產量	總平均(X)	處理平均(Xt)	區組平均(Xb)	誤差(e)
無氮行靠近高氮行	55	8	94	104	79	118	+ 1
	57	1	104	104	79	108	+21
	57	8	108	104	79	108	+25
	26	1	103	104	79	96	+32
	10	1	85	104	79	86	+24
	10	6	81	104	79	86	+20
	31	6	131	104	79	107	+49
第二群							
高氮行靠近無氮行	56	1	151	104	128	118	+ 9
	56	8	148	104	128	118	+ 6
	58	1	154	104	128	108	+22
	25	9	176	104	128	96	+56
	9	6	157	104	128	86	+47
	32	1	169	104	128	107	+38
第三群							
高氮行靠近高氮行	25	1	124	104	128	96	+4
	9	1	103	104	128	86	−7
	32	6	133	104	128	107	+2
第四群							
無氮行靠近無氮行	26	9	89	104	79	96	+18
	31	1	83	104	79	107	+ 1

Expected e $=2.01\times12.4=24.9$ tons. Sigmficant.

表(二)　排列式1—12處理機誤係數 T. E. C 之分佈 (Tedin 1931)

排列式 T. E. C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	共計
0—5	4	3	4	6	3	6	7	1	6	4	3	1	48
5—10	21	14	7	6	7	13	11	4	9	12	15	15	134
10—15	8	9	15	7	21	13	5	12	5	10	16	7	128
15—20	12	23	7	17	13	12	15	19	10	16	13	12	169
20—25	9	10	12	11	9	13	15	10	16	12	10	9	136
25—30	9	9	13	5	9	18	10	12	17	14	12	16	144
30—35	9	7	8	13	8	5	9	6	9	8	8	12	102
35—40	8	4	10	4	2	4	6	9	5	6	4	4	66
40—45	4	6	5	4	7	4	5	6	6	1	—	5	53
45—50	3	1	4	9	4	2	5	3	4	6	2	2	45
50—55	1	1	4	2	2	1	1	6	1	1	3	5	28
55—60	1	3	1	4	3	—	1	2	3	—	—	3	21
60—65	1	—	—	1	1	—	1	—	—	1	2	—	7
65—70	1	—	—	1	2	—	—	1	—	—	1	—	6
70—75	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	2
75—80	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	2
80—85	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
共計	91	91	91	91	91	91	91	91	91	91	91	91	1092

y 平均	22.77	22.83	26.24	27.94	25.25	20,91	23.93	27.45	25.25	22.94	23.16	25.69	24.53
$\times_1$	44.72	44.72	37.07	37.07	42.98	42.39	39.52	42.49	38.67	38.61	40.70	36.41	
$\times_2$	0	0	16	16	5	5	8	6	12	10	8	13	

表(三) y依靠X_1之迴歸變量分析

變異	自由度	平方和	變量	Z	5%Z
類內	1080	224294	207.7		
類間	11	4488	408.0		
迴歸	1	1089	1089.0	0.8285	0.6729
類間—迴歸	10	3399	339.9		
共計	1091	228782			

表(四) y 依靠X_2而變之迴歸變量分析

變異來源	自由度	平方和	度量	Z	5%Z)
類內	1080	224294	207.7		
類間	11	4488	408.0	1.063	0.6729
迴歸	1	1674	1674.0		
類間一迴歸	10	2814	281.4		
共計	1091	228782			

表(五) 格形設計相對準確度之估計（百分率）

品種數	2×10穴區 恢復者	區組間新知 不恢復者	品種數	4×5穴區 恢復者	區組間新知 不恢復者
25	114	103	25	101	85
49	118	111	49	110	101
64	124	118	100	116	112
64	137	130	169	116	113
49	140	134	100	174	171
81	145	142	64	190	186
81	157	154			
49	179	175			
100	184	180			
64	190	196			
64	231	228			
64	238	235			
64	255	252			
169	291	260			
81	365	363			
平均	292	187			

表(六) 格子方設計相對準確度之估計

品種數 25		49		81		121	
R	I	R	I	R	I	R	I
98	71	104	86	111	99	122	115
100	68	112	97	112	101	134	127
105	78	114	100	114	102	137	131
109	81	114	100	114	103	144	138

110	87	115	96	116	105	145	139
111	88	116	100	120	106	151	146
116	94	116	101	121	110	156	150
119	98	117	103	122	110	164	160
124	102	120	106	123	114	176	171
136	117	120	107	124	114	192	185
137	108	120	107	125	115	194	190
140	130	124	109	128	119	257	254
151	134	126	114	132	123	329	316
195	180	129	113	135	126		
		133	121	140	124		
		134	121	140	130		
		142	122	152	140		
		148	136	164	156		
		153	144	178	168		
		163	152	212	190		
		173	163	223	213		
		210	197				
		462	455				
平均	125	103	147	133	138	127	177	171
試驗數	14		23		21		13	

R 區組間品種變量恢複者
I 區組間品種變量不恢復者

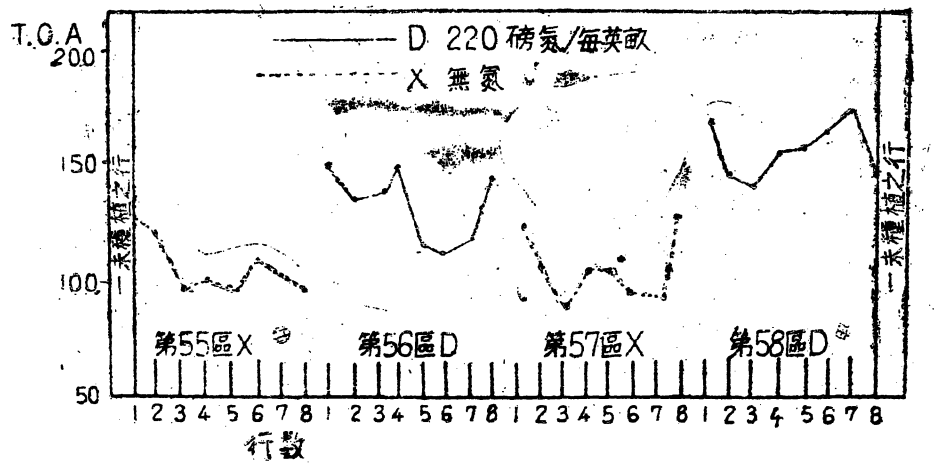
表(七) 不同設計之單區標準機誤百分率

Designs	25	49	64	81	100	121	169
Lattice square	7.88(14)	8.02(23)	8.33(1)	7.88(20)	—	8.12(12)	—
Triple lattice 2×10 穴區	5.31(1)	7.88(3)	8.02(6)	8.02(3)	8.02(1)	—	7.43(1)
Triple lattice 4×5 穴區	8.75(1)	7.95(1)	9.51(1)	—	7.95(1)	—	—

括弧內數字爲試驗次數

附 圖

圖(一)



圖(二) 不同排列式之 5×5 拉丁方 (Tedin 1931)

3	4	5	1	2
5	1	2	3	4
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3
1	2	3	4	5

arr.(1)

2	1	5	4	3
4	3	2	1	5
1	5	4	3	2
3	2	1	5	4
5	4	3	2	1

arr.(2)

2	3	4	5	1
3	4	5	1	2
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4
1	2	3	4	5

arr.(3)

1	5	4	3	2
2	1	5	4	3
3	2	1	5	4
4	3	2	1	5
5	4	3	2	1

arr.(4)

3	1	2	4	5
4	5	1	3	2
2	4	3	5	1
1	3	5	2	4
5	2	4	1	3

arr.(5)

4	3	1	5	2
1	5	2	3	4
5	2	4	1	3
2	1	3	4	5
3	4	5	2	1

arr.(6)

5	4	1	2	3
4	2	3	1	5
3	1	4	5	2
2	3	5	4	1
1	5	2	3	4

arr.(7)

3	2	1	4	5
5	4	3	1	2
4	1	2	5	3
1	3	5	2	4
2	5	4	3	1

arr.(8)

4	3	1	5	2
5	1	3	2	4
1	5	2	4	3
2	4	5	3	1
3	2	4	1	5

arr.(9)

1	2	4	5	3
2	5	3	1	4
5	3	2	4	1
3	4	1	2	5
4	1	5	3	2

arr.(10)

5	3	1	2	4
1	4	3	5	2
2	1	5	4	3
3	2	4	1	5
4	5	2	3	1

arr.(11)

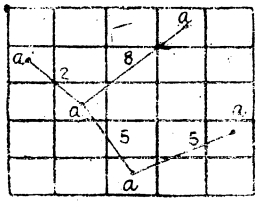
4	5	2	3	1
5	2	3	1	4
2	4	1	5	3
3	1	4	2	5
1	3	5	4	2

arr.(12)

接近指數X_2之計算 (Close neighborhood index)

在5×5拉丁方中抽提2×2方之可能方式有16個在每一2×2方若發現有同處理者，則作一分計十六次中無同處理遇于一個2×2方者爲。

圖(三)



y=某排列式之平均 T. E. C.

則 by. X_1=—0.351

分佈係數計算法 (Calculation of the spreading Coefficient)

a 之分佈係數=$\sqrt{2}$+2$\sqrt{5}$+$\sqrt{8}$=6,71

圖(四) 平衡區組設計 (Gossets 1931)

G	H	E	C	A	第 I 區 組
F	D	J	B	I	
H	J	D	F	E	第 II 區 組
B	G	I	A	C	
E	I	A	G	D	第 III 區 組
J	B	C	H	F	
C	F	B	I	J	第 IV 區 組
A	E	G	D	H	
D	A	F	J	B	第 V 區 組
I	C	H	E	G	

直行上每行僅有每處理一次 ADEFJ在每區組上部橫行發現三次下部橫行發現二次

BCGHI在每區組上部橫行發現二次下部三次

四處理八區組或兩拉丁方之平衡排列

圖(五)

1	A	D	A	4
	B	C	B	
	C	B	C	7
	D	A	D	
2	D	A	D	
	C	B	C	
	B	C	B	8
	A	D	A	
3	A	D		
	B	C		
	C	B		6
	D	A		

區處機共	組理誤計	自由度 7 3 21 31

圖(六)

I	A	D	B	C	
	B	C	A	D	
	C	B	D	A	
	D	A	C	B	
II	D	B	C	A	
	A	C	B	D	
	B	D	A	C	
	C	A	D	B	

橫直拉處機共	行行丁理連誤計	自由度 6 6 1 3 3 12 31

圖(七) 3×3因子試驗排列爲四希腊拉丁方

A_1	A_2	A_3
B_1	B_2	B_3
X_1	X_2	X_3

希腊拉丁方 I

A_1	B_2	X_3
B_3	X_1	A_2
X_2	A_3	B_1
B_2	X_3	A_1
X_1	A_2	B_3
A_3	B_1	X_2
X_3	A_1	B_2
A_2	B_3	X_1
B_1	X_2	A_3

希腊拉丁方 II

B_2	A_1	X_3
X_1	B_3	A_2
A_3	X_2	B_1

希腊拉丁方 III

希腊拉丁方 IV

		自由度
希腊拉丁方		3
品種		2
氮肥		2
品種×氮肥		4
機誤		24
共計		35

圖(八) 4×3因子處理排列爲四平衡區組

A_1	A_2	A_3
B_1	B_2	B_3
C_1	C_2	C_3
D_1	D_2	D_3

A_1	B_3	C_3	D_1	C_1	B_3	A_3	D_1
A_2	B_2	C_2	D_2	C_2	B_2	A_2	D_2
A_3	B_1	C_1	D_3	C_3	B_1	A_1	D_3
D_3	C_1	B_1	A_3	D_3	A_1	B_1	C_3
D_2	C_2	B_2	A_2	D_2	A_2	B_2	C_2
D_1	C_3	B_3	A_1	D_1	A_3	B_3	C_1
I		II		III		IV	

			自由度
區組			3
品種			3
機誤(a)			9
主區			15
氮肥			2
品種×氮肥			6
機誤(b)			24
共計			47

圖(九)　三因子每因子有二平準排列爲四平衡區組

處理	組合
A	$N_1+P_1+K_1$
B	$N_1+P_2+K_1$
C	$N_1+P_1+K_2$
D	$N_1+P_2+K_2$
J	$N_2+P_1+K_1$
K	$N_2+P_2+K_1$
L	$N_2+P_1+K_2$
M	$N_2+P_2+K_2$

區組	自由度
N	1
P	1
K	1
N×P	1
N×K	1
P×K	1
N×P×K	1
機誤	24
共計	31

I		II	
A	C	D	B
J	L	M	K
K	M	L	J
B	D	C	A
C	A		
L	J		III
M	K		
D	B		
B	D		
K	M		
J	L		
A	C		

IV

圖(十)　簡單格形設計

品種數$V=k^2=81$

區組	X 群								
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	10	11	12	13	14	15	16	17	18
c	19	20	21	22	23	24	25	26	27
d	28	29	30	31	32	33	34	35	36
e	37	38	39	40	41	42	43	44	45
f	46	47	48	49	50	51	52	53	54
g	55	56	57	58	59	60	61	62	63
h	64	65	66	67	68	69	70	71	72
i	73	74	75	76	77	78	79	80	81

	Y 群								
a	1	10	19	28	37	46	55	64	73
b	2	11	20	29	38	47	56	65	74
c	3	12	21	30	39	48	57	66	75
d	4	13	22	31	40	49	58	67	76
e	5	14	23	32	41	50	59	68	77
f	6	15	24	33	42	51	60	69	78
g	7	16	25	34	43	52	61	70	79
h	8	17	26	35	44	53	62	71	80
i	9	18	27	36	45	54	63	72	81

隨機排列

	X								
c(1)	27	20	22	26	25	21	23	24	19
h(2)	67	64	72	71	65	68	70	66	69
g(3)	56	59	62	62	58	55	68	57	60
a(4)	4	9	3	7	6	1	5	2	8
f(5)	53	51	50	47	46	48	49	54	52
i(6)	78	73	80	75	74	77	79	81	76
b(7)	15	18	17	14	11	12	10	16	13
d(8)	28	35	36	29	33	34	30	31	32
e(9)	41	38	42	37	40	44	39	43	45

	X								
f(1)	69	15	78	33	51	24	60	42	6
d(2)	58	22	13	76	31	67	4	49	40
b(3)	29	11	20	2	47	74	56	65	38
e(4)	23	77	5	41	14	68	32	50	59
c(5)	3	75	21	12	66	48	39	57	30
i(6)	36	63	54	81	45	72	27	9	18
a(7)	64	73	10	37	1	46	55	28	19
h(8)	26	53	35	80	44	17	8	71	62
g(9)	70	61	25	43	34	16	52	7	79

圖(十一) 5×5均衡化方形

I					II					III					IV				
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
2	3	4	5	1	3	4	5	1	2	4	5	1	2	3	5	1	2	3	4
3	4	5	1	2	5	1	2	3	4	2	3	4	5	1	4	5	1	2	3
4	5	1	2	3	2	3	4	5	1	5	1	2	3	4	3	4	5	1	2
5	1	2	3	4	4	5	1	2	3	3	4	5	1	2	2	3	4	5	1

圖(十二) 5×5格子方設計

第一重覆

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

A

1	10	14	18	22
2	6	15	19	23
3	7	11	20	24
4	8	12	16	25
5	9	13	17	21

B

1	2	3	4	5
9	10	6	7	8
12	13	14	15	11
20	16	17	18	19
23	24	25	21	22

連合A與B而成第二重覆

1	10	14	18	22
23	2	6	15	19
20	24	3	7	11
12	16	25	4	8
9	13	17	21	5

C

1	8	15	17	24
2	9	11	18	25
3	10	12	19	21
4	6	13	20	22
5	7	14	21	23

D

1	2	3	4	5
7	8	9	10	6
13	14	15	11	12
19	20	16	17	18
25	21	22	23	24

連合C與D而成第三重覆

1	8	15	17	24
25	2	9	11	18
19	21	3	10	12
13	20	22	4	6
7	14	16	23	5

本文引用文獻

Barbacki, S. & Fisher, K. A. (1936)

A test of the supposed precision of systomatic arrange ments. Ann. Eugen. 7: 189.

Bartlett, M. S. (1937)

Some examples of statistieal methods of rosearch in agriculture and applied biology. Suppl. Jour. Roy. Stat. Soc. 4: 137–183.

Borden. R. J. (1936)

Studies in experimental technique. The b. alanced block arrangement of treatments. Hawaiian Pl. Rec. 40: 2: 113.

Borden, R. J. (1939)

A mddorn stetistical analysis for field experiments. The apalysis of variance for simple factorial expeniments. Hawaiisn Fl. Rec. 43: 2: 73.

Borden, R. J. (1943)

Yield variation with special reference to border effect in field tests. Hawaiian Pl. Roc. 17: 4: 195.

Cochran, W. G. (1941)

An examination of the accuracy of Lattice and lattice square experiments on corn. Iowa Agri. Exp. Sta. Res. Bull. 289.

Cochran, W. G. (1943)

Some additional Lattice square designs. Iowa Agri. Exp. Sta. Ros. Bull. 318.

Cox, G. M., Eckhardt, R. C., & Cochran, w. G. (1940)

The analysis of Iattice and triple lattice exoeriments in corn variety tests. Iowa Agri. Exp. Sta. Res. Bull. 281.

Fisher, R. A. & Mackenzie W. A. (1923)

Studies in crop variation II. The manurial respone of different potato vsrieties. Jour. Agri. Sci. 13: 3:311.

Fisher, R. A. (1926)

The arrangement of fieid experiments. J. Min. Agri. 33: 503.

Fisher, R.A. & Wishart.J.(1930)

The arrangement of field experiments and the statistical reduction of the resutts. Imp. Bur. Soil Sci. Toch. Comm. 10.

Pearsn. E. S. (1938)

Somo aspocts of tho Problem of randomizatipn. ll. An illlustration of. Students. iuquiry into tno offect of balancingin agricultural experimenta. Biometrika 30: 159.

Student (1911)

Appendix to paper by W.B. Mercer and A. D. Hall on [The experimental error of field trials] . Jour. Agri. Sci 4: 128.

_____(1923)

on testing verieties of cereals. Siometriks 15: 271.

_____(1931)

Yield trials. Encyclopedia of Scientific Ariculture. H. Hunter 2: 1342.

_____(1936)

Cooperation in largs scale expsriments. Roy. Stat. Soc. Suppl. 3: 115.

_____(1937)

Comparison betwesn bslanced and rand random arrang ement of field plots. Biometrika 29: 363.

Tedin, Olof (1931)

The influence of syatematic plot arrangement upon the estimate of error in field experiments. Jour. Agri Sci. 21: 191

Weissa, M. G. & Cox, G. M. (1939)

Balancod incomplete block and lattice square desig ns for testing yield differonces among largo numnber of soybean varieties. Jowa Aari. Exp, Sta. Res. Bull. 257.

Yates, F. (1933)a

The principles of orthog onality and confounding inreplicatsd experiments. Jour. Agil Sci. 23: 108.

Yates, F. (1933)b

The formation of Latin-square for use in fiald oxperiments. Emp. Jour. Exptl. 1: 235.

_____(1936)

A now mothod of arrenling variaty trials involving large nnmber of Varieties. Jour Agri. Sci. 25: 424

_____(1937)a

Afurthor note on the arrangement of variety trials: Quasi-Latin squares. Ahn. Eugnnics 7: 319.

_____(1937)b

The design and ana lysis of factorial experiments. Tmp. Bur. Soil Sci. Tceh. Conm. no. 35.

Yates, F. & Cochran W. G. (1938)

The analysis of groups of experiments. Jour. Agrl. Sci. 28: 556- 580.

Yates, F. (1939)a

The comparative advantages of systomstic and randomized arrangements in the design of agricultural and biological experiments. Biometriks 30: 440.

_____(1939)b

The rocovery of inter-block information in variety trlials arranged in three dimensional lattices. Ann. Eugenics 9: 136.

_____(1940)a

The recovery of inter-block information in balanced incomplete block designs Ann. Eugenics 10: 317.

_____(1940)b

Lattice squares. Jour. Agri. Sci. 30: 672.

汪厥明(1941)多品種比較試驗之理論與實施廣東稻作第四期

第一　關於系統排列和逢機排列之問題：本人是贊成逢機排列的，關於 Borden 氏之說，甘蔗試地之土壤差異多爲斑點式之分佈而非遞差式之分佈的，……又謂計劃書田間排列雖爲規則，但試驗地土壤變異爲隨機的，實無再加人工隨機之必要，故計劃書上之規則排列實即爲土地的隨機排列云云……鄙人有一點子疑問，Borden 氏之說（惜未覩其全豹）由文字上看來：似乎「斑點式」就是「隨機式」，如若眞果這樣說，這話似乎太籠統一點兒，機差性質有的是常態的，有的是偏歪的，有的二項分布的，還有是卜瓦松分布的，而田間試驗機差統計學者概認爲常態的，吾人要逢機排列，顧慮的是試驗機差，務必要使牠發揮逢機的性質，在通常逢機區集試驗及其他逢似的設計，所謂機差平方和是受土異和處理（或品種）之交互作用的影響，所以處理排列亦得逢機排列減少偏性（Bias），普通實地試驗結果逢機排列與系統排列之得失互見，該問題是很複雜的，以實驗地所得之表面上的（apporent）結果不能卽無條件地斷定爲逢機和系統的一樣地好或不好或者後者優於前者，實地所得之結果要看所在環境（大部是土地之適否問題）及試區設立之適否有很大關係，有時還與統計分析方法之適當否有關係，如不管這些事情，僅論表面的結果也許得不到正確之結論。

第二　看 Borden 氏之結果，似乎牽涉到該氏所用統計方法之適否問題「爲證明有無邊際影響作以下統計分析，各單區除去邊行每邊一行後之內部各行（以後簡稱裡行）共有54行，用以計算機誤總變量，除去處理與區組變量所得標準差爲12.4 tons. 以此爲乘「t」值得24.9噸任何一邊行之誤差若大於24.9吾人可認爲非由於機會而由於邊際影響邊行差誤之求法，先以一邊行產量減54行之總平均產量，由餘數中再減去由于某處理及某區組之變異，卽得該行之誤差（另觀附表）

Expectede = 2.01 × 12.4 = 24.9 tons, t = 2.01)

$\Sigma e = \Sigma[(X-\bar{X})-(\bar{X}t-\bar{X})-(\bar{X}b-\bar{X})]$, $e = X-\bar{X}t-\bar{X}b+\bar{X}$, X = 邊行產量，

$\bar{X}$ = 總平均 $\bar{X}t$ = 某處理平均 $\bar{X}b$ = 某區組平均」(以上引用孫先生之所述) 看以上之一段記述，得到下列數條觀念：

(a) 由54行裡行計算總平均 104及標準機差 = 12.4標準機差是由機差總變量除去處理與區組變量所得其自由度Borden氏所定若干，雖孫先生未提及但查 Snedecor 氏F及t表與P = 05相當之t值，n = 45, t = 2.008, n = 60, t = 2.000 總在45——54之間蓋曾用2.01 × 124 = 24.9之故也

(b) 邊行機差 e 是用 $e = X-\bar{X}t-\bar{X}b+\bar{X}$ 計算孫先生曾提及總平均由54裡行計算但未提及 $\bar{X}t$ 及 $\bar{X}b$ 之計算法，總之邊行 並未參加總平均之計算似係事實，

(c) 每單一邊行收量一一與24.9 = 2.01 × 12.4比較較大者爲顯著較小者爲不顯著，由以上幾點看出下列幾個可疑之點。

(一) Borden 所用之變方分析法不明白，因此不知機差變方和處組，區集兩變方如何分離的？標準機差之自由度是如何定法的？

(二) 邊行機差 用 $X-\bar{X}t-\bar{X}b+X$ 計算；該公式應有 $X-\bar{X}t-\bar{X}b+\bar{X} = \Sigma-\bar{\Sigma}t-\bar{\Sigma}b+\bar{\Sigma}$ 之內容 (Σ $\bar{\Sigma}t$ $\bar{\Sigma}b$ 及 $\bar{\Sigma}$ 是隨附於X $\bar{X}t$ $\bar{X}b$ 及 $\bar{X}$ 等發生之機差) 而不能只以單純的 e 表得出來的，如此則所謂邊行機差不僅包含發生於其自身之機差此外尚含有裡行之機差

(三) 而況邊行X 並未參加總平均$\bar{X}$之計算，那末所謂邊行機差除包含裡行機差之外，還有與裡行有關之土異影響在內，由此觀之，假若有邊際作用的話，所謂邊行機差不但包含邊際影響及自身之機差兩者而已，還混有裡行之機差並受裡行土異之影響，以如此之邊行機差測驗是否有邊際影響，其正確性之如何不言而可喻矣

(四) 在上已述及所謂邊行機差至少有($\Sigma-\bar{\Sigma}t-\bar{\Sigma}b+\bar{\Sigma}$)之內容，其自由度也許是爲分數，因未見原文不好斷定，但總不是自由度 = 1因此不能由t法來測驗，因 t 大有下列關係：

$$t = \sqrt{F} = \sqrt{\frac{\text{一自由度之均方}}{\text{n自由度之均方}}}$$

(五) 而況同類之變直至少有二個 (如第四群) 多則達到七個 (如第一群)，Borden 氏爲何不利用全群之變值 (variates) 而一個一個地比較，單一變值也許變異得很大，也許很小，所以容易陷於誇大，或過小之弊

(六) 假若裡行之標準機差之自由度能知道，鄙人還可提議一個邊行與裡行比較法還有其他種種從略，不過以上是重要的幾點，秉諸「爲人謀而忠」之宗旨不揣冒昧而說出如何之處尙乞指教，鄙意邊際及競爭作用確應注意，但不可因此犧牲逢機性。

汪厥明